



**جامعة كروي**  
**كلية الهندسة**  
**قسم العلوم الأساسية**  
**الرياضيات العامة**

## رياضيات عامة

✓ ضرب المقادير الجبرية وقسمتها:

علامة الضرب للمقادير الجبرية تحذف ، مثلاً:

$$2A \text{ تعني } 2 \times A$$

وضرب (A في B) هي (A × B) تكتب AB وكذلك  $2p \times 3q = 2 \times p \times 3 \times q$  تكتب 6pq.

تستخدم القوة (الأس) لتبسيط المقادير الجبرية مثلاً:

$$A \times A = A^2, \quad A \times A \times A = A^3$$

وتبسيط المقادير الجبرية في عملية القسمة بالإختصار مثلاً:

$$\frac{ax^2}{y} \div \frac{x}{ay^2}$$

تتحول عملية القسمة إلى ضرب ويقلب الكسر المقسوم عليه أي أن:

$$\frac{ax^2}{y} \div \frac{x}{ay^2} = \frac{ax^2}{y} \times \frac{ay^2}{x} = a^2xy \quad (\text{اختصرنا})$$

في عمليتي الجمع والطرح نجمع ونطرح الحدود المتشابهة مثلاً:

$$2ab + 5ab = 7ab$$

بينما  $4x + 5y = 4x + 5y$  كما هي لأنه لا توجد حدود متشابهة

$$\text{وفي الطرح } 6xy - 2xy = 4xy$$

(يجب ملاحظة أننا نجري العمليات من الشمال إلى اليمين لأننا نستخدم حروف انجليزية ولذلك تجري العمليات وتقرأ من الشمال إلى اليمين)

• يراعى في عمليات الضرب والقسمة الإشارات حيث أن:

ضرب سالب في سالب يساوي موجب  $-a \times -b = ab$

ضرب سالب في موجب يساوي سالب  $-a \times b = -ab$

والأمر ينطبق مع القسمة حيث:

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} \quad \text{و} \quad \frac{-a}{-b} = +\frac{a}{b}$$

وبما أن  $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$  فإن الإشارة دائماً توضع في البسط أي أن  $\frac{-x}{y}$  تكتب  $\frac{x}{-y}$

ضرب المقادير الجبرية و (إيجاد المفكوك):  
مثلاً:

$$(2x + 4)(x - 3)$$

لضرب هذين القوسين نضرب كل حد من حدود القوس الأول في كل حد من حدود القوس الثاني ويكون الضرب من الشمال إلى اليمين

$$1. (2x + 4)(x - 3) = 2x^2 - 6x + 4x - 12 = 2x^2 - 2x - 12$$

$$2. (2x^5 + 4x)(2x^6 - 6x^2 + 4) = 4x^{11} - 12x^7 + 8x^5 + 8x^7 - 24x^3 + 16x \\ = 4x^{11} - 4x^7 + 8x^5 - 24x^3 + 16x$$

تمرين 1: اوجد ناتج

$$1. (-4x^7 + 8x^5 - 24x^3 + 16x)(8x^5 - 24x^3 + 16x)$$

$$2. (8x^4 - 4x^3)(8x^3 - 24x^2 + 16x)(24x^3 + 16x)$$

الصورة العامة لمقدار من الدرجة الاولى هي

$$ax + b$$

بينما الصورة العامة لمقدار من الدرجة الثانية هي

$$ax^2 + bx + c$$

✓ قسمة المقادير الجبرية:

القسمة المطولة:

القسمة المطولة واحدة من اساليب تحليل المقادير الجبرية ونقمنها بصورة مبسطة في خطوات.

أولاً: المقسوم والمقسوم عليه يجب أن يوضعا بنفس الترتيب من حيث الدرجة ويكون الترتيب تنازلياً.

ثانياً: الحد الأول من المقسوم يقسم على الحد الأول من المقسوم عليه ويضرب الناتج في كل حدود المقسوم عليه ويطرح من المقسوم فينتج مقسوم جديد وتكرر العملية حتى تنتهي حدود المقسوم . والأمثلة التالية توضح ذلك.

اقسم:

$$1. \frac{(x^2 + 5x + 6)}{(x + 2)}$$

... او جد ناتج : 2

$$\begin{array}{r}
 x+3 \\
 x+2 \overline{) x^2+5x+6} \\
 \underline{x^2+2x} \phantom{+6} \\
 3x+6 \\
 \underline{3x+6} \\
 00
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+5x+6}{x+2} = x+3$$

$$2. \frac{(-4x^7+8x^5-24x^3+16x)}{(x-2)}$$

$$\begin{array}{r}
 -4x^6-8x^5-8x^4-16x^3-56x^2-112x-208 \\
 x-2 \overline{) -4x^7+8x^5-24x^3+16x} \\
 \underline{-4x^7+8x^6} \\
 -8x^6+8x^5 \\
 \underline{-8x^6+16x^5} \\
 -8x^5-24x^3 \\
 \underline{-8x^5+16x^4} \\
 -16x^4-24x^3 \\
 \underline{-16x^4+32x^3} \\
 -56x^3+16x \\
 \underline{-56x^3+112x^2} \\
 -112x^2+16x \\
 \underline{-112x^2+224x} \\
 -208x \\
 \underline{-208x+416} \\
 (البقي) -416
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{-4x^7+8x^5-24x^3+16x}{x-2} = -4x^6-8x^5-8x^4-16x^3-56x^2-112x-208 - \frac{416}{x-2}$$

يدرج اضرار لفرض المسألة

$$\textcircled{1} \begin{array}{l} 39 \times 41 \\ 10 \times 22 \end{array}$$

9

جد ناتج

اوجد مقلوب (3) مقلوب مقلوب ضرب الكل

$$100 = (2x+5)^2 \quad \text{قر} \quad (x+1)^2 - 4$$

$$6789^2 - (6789)^2$$

$$\frac{(-4x^8 + 8x^7 - 2x^6 + 4x^3 + 24x^2 - 16x)}{(x - 3)}$$

2. اذا كان باقى ناتج القسمة التالى هو - 7 فاوجد قيمة C

$$\frac{x^3 - 3x^2 + x + c}{x - 2}$$

✓ تحليل المقادير الجبرية:

1. المربع الكامل (يعني ضرب المقدار في نفسه):

$$1. (x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2. (x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

مثال: حلل المقادير

$$1. (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$$

$$2. (x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)$$

2. الفرق بين مربعين:

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

مثال: حلل المقادير

$$1. x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$2. x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x - 3)(x + 3)$$

3. تحليل الحد الاوسط والاخير:

لتحليل المقدار  $x^2 + bx + c$  نبحث عن عددين حاصل جمعهما  $b$  وحاصل ضربهما  $c$  وايضا يمكن ان نحلل  $c$  الى حاصل ضرب عددين ويكون الناتج هما العددين اللذان مجموعهما  $b$

مثال: حلل المقادير الاتية

$$1. x^2 + 4x + 3$$

نوجد عددين ضربهما 3 وجمعهما 4 نجد ان العددين هما 1, 3

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 3 = (x + 3)(x + 1)$$

$$2. x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

$$3. x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1)$$

4. التحليل باستخراج عامل مشترك:

اذا كان المقدار لا يحتوي علي حد مطلق يمكن استخراج  $x$  عامل مشترك

$$1. x^2 - 5x = x(x - 5)$$

$$2. x^3 - 4x^2 - 5x = x(x^2 - 4x - 5) = x(x - 5)(x + 1)$$

5. إكمال المربع:

إذا أردنا إكمال المقدار إلى مربع كامل فإننا نربع نصف معامل الحد  $x$  (الحد الأوسط) فيعطينا الحد المطلق

مثال: حلل المقادير الآتية

$$1. x^2 + 2x$$

معامل  $x$  هو 2

$$\Rightarrow \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow 1^2 = 1$$

إن  $x^2 + 2x + 1$  هو مربع كامل وهو  $(x + 1)^2$

2. المقدار  $x^2 + x$  فيه معامل  $x$  هو 1

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + x + \frac{1}{4}$$

مربع كامل ويكتب  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$  ولا بد من ملاحظة أن:

$$x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

(لأنه حتى لا يتغير المقدار فإننا إذا أضفنا عدد ننقصه)

مثال: حلل المقادير الآتية باستخدام طريقة إكمال المربع

$$1. x^2 + 4x + 3 = (x + 2)^2 + 3 - 4 = (x + 2)^2 - 1$$

$$= (x + 2)^2 - 1^2 = ((x + 2) - 1)((x + 2) + 1)$$

$$= (x + 1)(x + 3)$$

$$2. x^2 - 6x - 7 = (x - 3)^2 - 7 - 9 = (x - 3)^2 - 16$$

$$= (x - 3)^2 - 4^2 = ((x - 3) - 4)((x - 3) + 4)$$

$$= (x - 7)(x + 1)$$

$$3. x^2 + 8x + 2 = (x + 4)^2 + 2 - 16 = (x + 4)^2 - 14$$

$$= (x+4)^2 - \sqrt{14}^2 = ((x+4) - \sqrt{14})((x+4) + \sqrt{14})$$

$$= (x+4 - \sqrt{14})(x+4 + \sqrt{14})$$

تمرين 3 : باستخدام اكمال المربع حلل المقادير

1.  $x^2 + 4x + 5$

2.  $x^2 - 3x - 4$

3.  $x^2 + 10x + 2$

6. مجموع مكعبين:

$$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

مثال عددي:

$$3^3 + 2^3 = (3+2)(9 - 6 + 4) = (5)(7) = 35$$

مثال: حلل المقادير الآتية

$$x^3 + 27 = x^3 + 3^3 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$$

7. الفرق بين مكعبين:

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

مثال عددي:

$$3^3 - 2^3 = (3-2)(9 + 6 + 4) = (1)(19) = 19$$

مثال: حلل المقادير الآتية

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2 + 2x + 4)$$

تمرين 4 : حلل المقادير الآتية

1.  $x^3 + 125$

2.  $x^3 - 64$

3.  $x^3 + 1$

4.  $x^3 + 7$

5.  $x^9 + y^9$

6.  $y^6 - x^6$

8. القانون العام لتحليل معادلات الدرجة الثانية:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ هو}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

البرهان: بقسمة المعادلة على  $a$  و اكمال المربع لحدود  $x$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال: باستخدام القانون العام لحل

1.  $x^2 - 5x + 6$

$$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = 3, 2$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x - 2)$$

2.  $x^2 - 6x + 1 = 0$

$$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 1$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4}}{2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = \frac{2(3 \pm 2\sqrt{2})}{2} = (3 \pm 2\sqrt{2})$$

$$\Rightarrow x = 3 + 2\sqrt{2} \quad , \quad x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow (x - 3 - 2\sqrt{2})(x - 3 + 2\sqrt{2})$$

عادة يستخدم القانون عندما لايسهل إيجاد عددين حاصل جمعهما الحد الأوسط وحاصل ضربهما الحد المطلق (وهو الحد الخالي من  $x$ ) كما في المثال السابق.

مثال:

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

يمكن الحل باستخدام القانون أو مباشرة حيث يوجد عددين حاصل جمعهما 3 وحاصل ضربهما 2 وهما 2, 1

$$(x + 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -2 \quad , \quad x = -1$$

ويمكن استخدام القانون حيث:

$$a = 1 \quad , \quad b = 3 \quad , \quad c = 2 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \Rightarrow x = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

تمرين 5 : باستخدام القانون العام حلل المقادير الآتية:

1.  $x^2 - 5x + 6$

2.  $x^2 - 4x - 5$

3.  $4x^2 + 21x + 5$

### الأسس

كما أوضحنا في عملية ضرب المقادير الجبرية فإن ضرب المقدار في نفسه مثل:

يعطينا  $A^2$

$A \times A$

(ونقرأ  $A$  تربيع) أي مربع  $A$  ، حيث  $A$  يسمى الأساس و 2 تسمى الأس أو القوة وإذا ضربنا  $A \times A \times A = A^3$  ونقرأ ( $A$  أس 3 أو  $A$  تكعيب)

ونكتب  $A^n$  ونقرأ ( $A$  أس  $n$ ) أو  $A$  مرفوعة للقوة  $n$  ، وهذا يعني أن  $A$  مضروب في نفسه  $n$  من المرات.

هناك بعض من القوانين الهامة المتعلقة بالأسس ومنها:

1.  $x^n x^m = x^{n+m}$

$$x^3 x^2 = x^{3+2} = x^5$$

نلاحظ أننا لم نضع علامة ضرب بين المقدارين لأنه لا حاجة لذلك فنحن نكتب:

(دون وضع علامة بينهما)  $a \times b = ab$

2.  $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$

$$\frac{x^7}{x^5} = x^{7-5} = x^2$$

3.  $(x^n)^m = x^{nm}$

$$(x^2)^3 = x^6 , \quad \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^4 = x^2$$

4.  $(xy)^n = x^n y^n$

5.  $x^{-n} = \frac{1}{x^n} , \quad x^{-3} = \frac{1}{x^3}$

6.  $x^0 = 1$

أي عدد مرفوع للقوة صفر يساوي الواحد

7.  $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x} , \quad x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} , \quad x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$

8.  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{x^n}{y^n} , \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

مثال: اوجد ناتج

$$1. \frac{x^3 y^2 z^6 x^{-5}}{x^4 z^3 y^5} = \frac{x^{(3+(-5))} y^2 z^6}{x^4 z^3 y^5} = \frac{x^{-2} y^2 z^6}{x^4 z^3 y^5} = x^{(-2-4)} y^{(2-3)} z^{(6-5)} = x^{-6} y^{-1} z^1$$

✓ المعادلات الاسية:

في المعادلات الاسية اذا كان الاساس متساوي فان الاس متساوي ولايجاد حل اي معادلة تساوي الاساسات او الاس

مثال : اوجد حل المعادلات الاسية

$$1. x^4 = 16 \Rightarrow x^4 = 2^4 \quad (\text{الاس متساوي}) \Rightarrow x = 2$$

$$2. 3^x = 81 \Rightarrow 3^x = 3^4 \quad (\text{الاساس متساوي}) \Rightarrow x = 4$$

$$3. 16x^4 = (x+3)^4 \Rightarrow (2x)^4 = (x+3)^4 \quad (\text{الاس متساوي})$$

$$\Rightarrow 2x = x+3 \Rightarrow x = 3$$

$$4. 2^{(x^2-5x)} = \frac{1}{32} \Rightarrow 2^{(x^2-6x)} = 2^{-5} \quad (\text{الاساس متساوي}) \Rightarrow (x^2 - 6x) = -5$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x = 1, \quad x = 5$$

$$5. 2^{2x} - 3(2^{x+1}) + 8 = (2^x)^2 - 3(2^1)2^x + 8 = (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8$$

$$\text{let } 2^x = y \Rightarrow (y)^2 - 6y + 8 = (y-2)(y-4) \Rightarrow y = 2, \quad y = 4$$

تمرين 6 : اوجد حل المعادلات الاتية

$$1. 4^{2x-7} = 64$$

$$2. (x-1)^5 = 1024$$

$$3. 3^{2x} - 3(3^{x+2}) + 26$$

## اللوغاريتمات

لوغاريتم عدد لأساس معين هو القوة التي يجب أن يرفع لها الأساس للحصول على ذلك العدد.

ويرمز له بالرمز لو وبالانجليزية بالرمز  $\log$  (logarithm).مثلاً لو<sup>ا</sup> = م ونقرأ اللوغاريتم للأساس ن يساوي م.لو<sup>ا</sup> = م تعني أن  $a^m = م$  ونستخدم  $\log$  بدلا من لو

لا بد أن يكون الاساس عدد موجب.

إذا لم يكتب الأساس فهو 10 ، أما اذا كان الأساس أي عدد موجب آخر فإنه يكتب:

$$\log 100 \equiv \log_{10} 100$$

١. كان الأساس 3 مثلاً فيكتب:

$$\log_3 7$$

$$\log_2 8 = 3 \Rightarrow 8 = 2^3$$

هناك مجموعة هامة من القوانين في اللوغاريتمات:

1.  $\log_n x = m \Rightarrow x = n^m$
2.  $\log_n xy = \log_n x + \log_n y$
3.  $\log_n \frac{x}{y} = \log_n x - \log_n y$
4.  $\log_n x^m = m \log_n x$

الاساس n موجب ولا يساوي الواحد

هناك نوع آخر من اللوغاريتم يسمى اللوغاريتم الطبيعي أساسه هو العدد e ويسمى الأساس الطبيعي . حيث  $e = 2.71828$  ويحقق هذا اللوغاريتم كل قانون اللوغاريتم العادي والفرق بينهما في الأساس فقط ، ويكتب

$$\ln x = \log_e x$$

$$1. \ln xy = \ln x + \ln y \quad 2. \ln \frac{x}{y} = \ln x - \ln y \quad 3. \ln x^n = n \ln x$$

$$4. \ln x = y \rightarrow x = e^y$$

✓ المعادلات اللوغارتمية: لحل اي معادلة لوغاريتمية نحولها الى معادلة اسية

مثال: اوجد حل المعادلات الآتية

$$1. \log_x 32 = 5 \Rightarrow 32 = x^5 \Rightarrow 2^5 = x^5 \Rightarrow x = 2$$

$$2. \log_5 x = 3 \Rightarrow x = 5^3 \Rightarrow x = 125$$

$$3. \log_4 64 = x \Rightarrow 64 = 4^x \Rightarrow 4^3 = 4^x \Rightarrow x = 3$$

تمرين 7: اوجد حل المعادلات الآتية

$$1. \log_2 \left( x + \frac{1}{5} \right) = -2$$

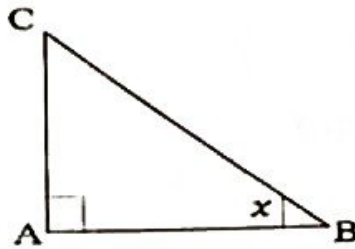
$$2. \log_2 \left( \frac{1}{64} \right) = 2(x^2 - 5x)$$

$$3. \log_3(x - 4) - \log_3 7 = 2$$

## النسب المثلثية والمتطابقات الاساسية

### Trigonometric Ratios & basic identities

نقول أن  $\frac{1}{2}$  هو عدد نسبي وهو نسبة 1:2 ، والنسبة المثلثية هي نسبة ضلع إلى ضلع آخر في مثلث يجاور أو يقابل زاوية معينة.



الضلع AC يقابل الزاوية  $x$  ويسمى المقابل ، والضلع AB يجاور الزاوية  $x$  ويسمى المجاور ، ومثلث ABC قائم الزاوية ويسمى الضلع BC الوتر.

1. نسبة المقابل إلى المجاور تعطي نسبة تسمى ظل الزاوية

$$\text{ظل } x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{opposite}}{\text{adjacent}}$$

2. نسبة المقابل إلى الوتر تعطي نسبة تسمى جيب الزاوية

$$\text{جا } x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{opposite}}{\text{chord}}$$

3. نسبة المقابل إلى الوتر تعطي نسبة تسمى جيب تمام الزاوية

$$\text{جتا } x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{adjacent}}{\text{chord}}$$

نلاحظ من هذه العلاقات الثلاث أن:

$$\text{جتا } x = \frac{\text{جا } x}{\text{ظل } x}$$

إذا أوجدنا مقلوب كل نسبة من النسب السابقة نحصل على:

$$\text{ظل } x = \frac{1}{\text{جتا } x}$$

أي أن مقلوب الظل هو ظل التمام.

وبذلك وبنفس الطريقة فإن مقلوب الجيب هو قاطع التمام  $\csc x$  ، ومقلوب جتا  $x$  هو  $\sec x$ .

بعد هذا الشرح الموجز نشير إلى أننا سنستخدم الصيغة الانجليزية لهذه النسب المثلثية وهي كما في الجدول التالي:

|       |                                   |        |
|-------|-----------------------------------|--------|
| جا x  | $\sin x$                          | ساين   |
| جتا x | $\cos x$                          | كوساين |
| ظا x  | $\tan x$                          | تان    |
| ظفا x | $\cot x$                          | كوتان  |
| قا x  | $\sec x$                          | سك     |
| قفا x | $(\csc x) \operatorname{cosec} x$ | كو سك  |

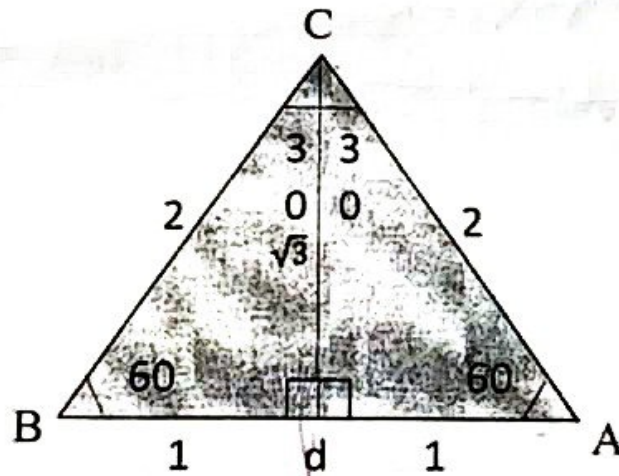
$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$$

في المثلث متساوي الساقين:



نجد الاتي:

$$\sin 30 = \frac{1}{2} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

إستخدامنا نظرية فيثاغورث لإيجاد الضلع dc والتي تنص على:

المربع المنشأ على الوتر يساوي مجموع المربعين المنشأين على الضلعين الآخرين

ورمزياً من هذا المثلث:

$$(AC)^2 = (Ad)^2 + (dC)^2 \Rightarrow (dC)^2 = (AC)^2 - (Ad)^2$$

$$\Rightarrow dC = \sqrt{(AC)^2 - (Ad)^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

✓ المتطابقات المثلثية:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \rightarrow (1)$$

ومنها يمكن اشتقاق عدد من المتطابقات الأخرى منها

$$\begin{aligned} \sin^2 x &= 1 - \cos^2 x & , & & \cos^2 x &= 1 - \sin^2 x \\ \sin x &= \sqrt{1 - \cos^2 x} & , & & \cos x &= \sqrt{1 - \sin^2 x} \end{aligned}$$

بقسمة المتطابقة (1) على  $\cos^2 x$  نحصل على:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \rightarrow (2)$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \sec^2 x - 1$$

بقسمة المتطابقة (1) على  $\sin^2 x$  نحصل على:

$$\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} + \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} = \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow \cot^2 x + 1 = \operatorname{cosec}^2 x \rightarrow (3)$$

$$\Rightarrow \cot^2 x = \operatorname{cosec}^2 x - 1$$

المتطابقات (1) (2) (3) تعتبر مهمة جداً وتعتمد عليها المتطابقات المثلثية الأخرى

أيضاً من العلاقات المثلثية الهامة

|                                                              |                   |
|--------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1. $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$             | $\rightarrow i$   |
| 2. $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$             | $\rightarrow ii$  |
| 3. $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$             | $\rightarrow iii$ |
| 4. $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$             | $\rightarrow iv$  |
| 5. $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$ | $\rightarrow v$   |
| 6. $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$ | $\rightarrow vi$  |

قانون ضعف الزاوية للجيب

$$\sin 2x = \sin(x + x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad \rightarrow vii$$

$$\cos 2x = \cos(x + x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

|                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\Rightarrow \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \quad \rightarrow viii \quad (1)$<br><del><math>\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1</math> (2)</del><br><del><math>\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x</math> (3)</del> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$\tan 2x = \tan(x + x) = \frac{\tan x + \tan x}{1 - \tan x \tan x} = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \quad \rightarrow ix$$

مثال: دون استخدام الآلة الحاسبة اوجد

$$1. \sin 120 = \sin(2(60)) = 2 \sin 60 \cos 60 = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2. \cos 120 = \cos(90 + 30) = \cos 90 \cos 30 - \sin 90 \sin 30$$

$$= (0) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - (1) \left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$3. \sin 75 = \sin(45 + 30) = \sin 45 \cos 30 + \cos 45 \sin 30 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right) = \frac{1 + \sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$4) \sec^2 x (1 - \sin^2 x) = 1 \quad \checkmark$$

$$5) 2 \cos^2 x - \sin^2 x + 1 = 3 \cos^2 x \quad \checkmark$$

$$6) \cot \alpha + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \csc \alpha \quad \checkmark$$

جامعة كروي / كلية الهندسة / قسم العلوم الأساسية / رياضيات عامة

$$1) \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \quad \checkmark$$

$$2) \frac{\tan \alpha \cos^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \cot \alpha \quad \checkmark$$

$$3) \sin \alpha \tan \alpha + \cos \alpha = \sec \alpha \quad \checkmark$$

مثال:

باستخدام قانون ضعف الزاوية اوجد؟

$$1. \cos 90 = \cos 2 \times 45 = \cos^2 45 - \sin^2 45 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 0$$

$$2. \cos 180 = \cos 2 \times 90 = \cos^2 90 - \sin^2 90 = 0 - 1 = -1$$

من العلاقات الهامة في المثلثات تحويل الجمع والطرح إلى الضرب

$$\sin x - \sin y = 2 \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \cos\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

$$\cos x - \cos y = -2 \sin\left(\frac{x-y}{2}\right) \sin\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

إن فهم هذه القوانين والقدرة على إستنتاجها مهم جداً ، حيث أنها تلعب دوراً هاماً في عمليتي التفاضل والتكامل وعلى نطاق واسع .

مثال: اثبت ان

$$1. \sec(x-y) = \frac{\sec x \sec y}{1 + \tan x \tan y}$$

$$\Rightarrow \frac{\sec x \sec y}{1 + \tan x \tan y} = \frac{\frac{1}{\cos x} \frac{1}{\sin y}}{1 + \frac{\sin x}{\cos x} \frac{\sin y}{\cos y}} = \frac{\frac{1}{\cos x \sin y}}{\frac{\cos x \cos y + \sin x \sin y}{\cos x \cos y}}$$

$$= \frac{1}{\cos x \cos y + \sin x \sin y} = \frac{1}{\cos(x-y)} = \sec(x-y)$$

$$2. \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^4 x - \sin^4 x}{\cos^2 x} = \frac{((\cos^2 x)^2 - (\sin^2 x)^2)}{\cos^2 x} = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x$$

$$3. \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$= \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\frac{1}{\cos^2 x}}} = \cos^2 x - \sin^2 x$$

مثال: ضع الاتي بدلالة  $\sin x$  فقط

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$$

مثال: ضع الاتي بدلالة  $\tan x$  فقط

$$\sin x \cos x = \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x + \sin^2 x} = \frac{\frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}}$$

$$= \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x}$$

مثال:  $\sin 75^\circ \cos 15^\circ$   
 $\cos 4^\circ \sin 3^\circ$

تمرين:

(a) اثبت صحة المتطابقات التالية:

1.  $2 \sin(45^\circ + A) \sin(45^\circ - A) = \cos 2A$

2.  $\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = \frac{1 - \cot x}{1 + \cot x}$

3.  $\frac{\sin 5x + \sin 3x}{\cos 5x + \cos 3x} = \tan 4x$

4.  $\cos(A + B) + \cos(A - B) = \cos^2 A - \cos^2 B$

5.  $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3 \sin^2 x \cos^2 x$

6.  $\operatorname{cosec}^2 x - \sec^2 x = \cot^2 x - \tan^2 x$

7.  $\frac{1 + \sin(2x)}{1 - \sin(2x)} = \tan^2(45^\circ + x)$

6)  $\cos 50^\circ \cos 10^\circ - \sin 50^\circ \sin 10^\circ$

2)  $\sin 35^\circ \cos 25^\circ + \cos 35^\circ \sin 25^\circ$

3)  $\cos 70^\circ \cos 25^\circ + \sin 70^\circ \sin 25^\circ$

4)  $\frac{\tan 32^\circ + \tan 28^\circ}{1 - \tan 32^\circ \tan 28^\circ}$

5)  $\frac{\tan 78^\circ - \tan 48^\circ}{1 + \tan 78^\circ \tan 48^\circ}$

(b) عبر عن الاتي بدلالة  $\tan x$

1.  $\cos^2 x$

2.  $\sec x \operatorname{cosec} x$

3.  $\sin x$

(c) عبر عن الاتي بدلالة  $\sec x$

1.  $\cos^2 x$

2.  $\cot x \operatorname{cosec} x$

3.  $\sin x$

$\frac{1}{\sec^2 x}$

$\frac{1}{\sec(x) - \sec(x)}$

$\sqrt{1 - \frac{1}{\sec^2 x}}$

(d) اختصر الاتي

1.  $\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$

2.  $\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x \cos x}$

✓ التقدير الدائري والمستيني للزوايا:

من الملاحظ أننا كتبنا الزوايا بالتقدير المستيني وتمييزها بدرجة

$\sin 30^\circ$  ,  $\sin 45^\circ$  ...

العلاقة بين التقدير الستيني والتقدير الدائري الذي تقديره راديان

راديان  $\pi = 180^\circ$

راديان  $1 = \frac{180}{\pi}$

راديان  $\frac{\pi}{180} = 1^\circ$

وتساعد هذه العلاقة في عملية التحويل حيث:

راديان  $360^\circ = 2\pi$

راديان  $60^\circ = \frac{\pi}{3}$

راديان  $270^\circ = \frac{3\pi}{2}$

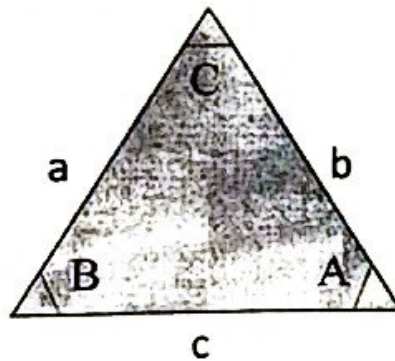
راديان  $180^\circ = \pi$

راديان  $90^\circ = \frac{\pi}{2}$

راديان  $30^\circ = \frac{\pi}{6}$

قانون الجيب:

في أي مثلث:



فإن:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

أي أن نسبة أي ضلع إلى جيب الزاوية التي تقابله تساوي نسبة الأضلاع الأخرى إلى جيوب الزوايا التي تقابلها ، ويصح كتابة هذا القانون في الصورة

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

ولهذا القانون أهمية خاصة في الفيزياء وميكانيكا الهندسة.

## الكسور الجزئية

في الدالة الكسرية اذا كان درجة البسط اقل من درجة المقام يمكن ان نجزي هذا الكسر وفقا للاتى  
(a) الحالة الاولى: اذا كان المقام جزور مختلفة

$$\frac{f(x)}{(x \pm a)(x \pm b)(x \pm c)} = \frac{A}{x \pm a} + \frac{B}{x \pm b} + \frac{C}{x \pm c}$$

بعدها نوجد قيمة A, B, C وذلك بضرب طرفي المعادلة في  $(x \pm a)(x \pm b)(x \pm c)$  ويكون الناتج

$$f(x) = A(x \pm b)(x \pm c) + B(x \pm a)(x \pm c) + C(x \pm a)(x \pm b)$$

بعد ذلك نعوض X بقيمة تجعل قيمة القوس صفريه (يكون التعويض بعدد الثوابت) , او نضرن الاقواس لمساواة معاملات المتغيرات

مثال: جزئ الكسر

$$\frac{2x+1}{(x-2)(x-1)}$$

$$\frac{2x+1}{(x-2)(x-1)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-1)}$$

$$2x+1 = A(x-1) + B(x-2)$$

نعوض x=1

$$2 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha + 1 = 3 \cos^2 \alpha \quad 3 = -B \Rightarrow B = -3$$

$$(T \alpha + 1)(T \alpha - 1) = \sec^2 \alpha - 2 \quad \text{نعوض } x=2$$

$$5 = A \Rightarrow A = 5$$

$$\therefore \frac{2x+1}{(x-2)(x-1)} = \frac{5}{(x-2)} + \frac{-3}{(x-1)}$$

الحالة الثانية: اذا كان المقام جزور مكررة

$$\frac{f(x)}{(x \pm a)^3} = \frac{A}{x \pm a} + \frac{B}{(x \pm a)^2} + \frac{C}{(x \pm a)^3}$$

$$6) \cot \alpha + \tan \alpha = \sec \alpha \csc \alpha$$

$$7) \frac{\cos^2 \alpha + \cot^2 \alpha}{\sin \alpha} = \csc \alpha$$

$$8) \cot^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha}$$

$$9) (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 2$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sec \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\csc \alpha} = 1$$

$$\sec^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) = 1$$

$$\cos^2 \alpha (1 + \tan^2 \alpha) = 1$$

$$\frac{2x+1}{(x-2)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{(x-2)^3} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{(x-2)^3}$$

$$\Rightarrow 2x+1 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

نعوض  $x=2$

$$5 = C \Rightarrow C = 5$$

نعوض  $x=3$  باي قيمتين مثلا

$$7 = A + B + C, C = 5 \Rightarrow 7 = A + B + 5 \Rightarrow A + B = 2 \rightarrow (1)$$

نعوض  $x=1$

$$3 = A - B + C, C = 5 \Rightarrow 3 = A - B + 5 \Rightarrow A - B = -2 \rightarrow (2)$$

بحل (1) (2) انيا

$$\begin{array}{r} A+B=2 \\ A-B=-2 \end{array}$$

$$\text{بالجمع } 2A=0$$

$$\Rightarrow A = 0 \text{ and } B = 2$$

$$\therefore \frac{2x+1}{(x-2)^3} = \frac{0}{(x-2)} + \frac{2}{(x-2)^2} + \frac{5}{(x-2)^3}$$

الحالة الثالثة: اذا كان المقام معادلة علي الشكل  $x^2 + a$

$$\frac{f(x)}{x^2 + a} = \frac{A}{x^2 + a} + \frac{Bx}{x^2 + a}$$

مثال: جزئ الكسر

$$\frac{2x+1}{x^2+2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+1}{x^2+2} = \frac{A}{x^2+2} + \frac{Bx}{x^2+2}$$

$$\Rightarrow 2x+1 = A + Bx$$

نعوض  $x=0$

$$1 = A \Rightarrow A = 1$$

نعوض  $x=1$

$$3 = 1 + B \Rightarrow B = 2$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^2+2} = \frac{1}{x^2+2} + \frac{2x}{x^2+2}$$

حل اخر:

$$2x + 1 = A + Bx$$

نساوي المعاملات: الحد المطلق في اليسار 1 الحد المطلق في اليمين A

$$\Rightarrow A = 1$$

معامل  $x$  في اليسار 2 ومعامل  $x$  في اليمين B

$$\Rightarrow B = 2$$

(الناتج نفس الحل)

تمرين: اوجد الكسور الجزئية للمقادير التالية

1.  $\frac{x+1}{(x-2)(x^2+1)}$  (الحالة الاولى والثالثة)

$$\Rightarrow \frac{x+1}{(x-2)(x^2+1)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x^2+1)} + \frac{C}{(x^2+1)} \text{ اكمل ...}$$

2.  $\frac{x+1}{(x-1)^2(x^2+1)}$

3.  $\frac{x+1}{(x-1)^2(x-2)^2}$

4)  $\frac{x+1}{x^3+x^2+6x}$

5)  $\frac{3x+5}{x^3-x^2-x+1}$

6)  $\frac{3x^2+6x+1}{x^2+x} = 3 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$

7)  $\frac{3x+1}{(x-1)(x^2+1)}$

$\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

8)  $\frac{x^2}{x^2(x^2+2)}$

$\frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{Dx+E}{x^2+2}$

$\frac{2x+4}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

$2x+4 = A(x^2+1) + (Bx+C)(x-1)$

$6 = 2A \Rightarrow A = 3$

$4 = 3 - C \Rightarrow C = -1$

$B = -3$

افردت  $x$

## الدوال

الدالة هي مجموعة غير خالية  $X$  الى مجموعة غير خالية  $Y$  بحيث يقترن كل عنصر من عناصر المجموعة  $X$  بعنصر واحد فقط من عناصر المجموعة  $Y$ ، حيث  $X$  يسمى المجال،  $Y$  يسمى المجال المقابل.

مثال: ابي من العلاقات الاتية تمثل دالة مع ذكر السبب

$$1) \frac{x-7}{(x-1)(x-3)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-3}$$

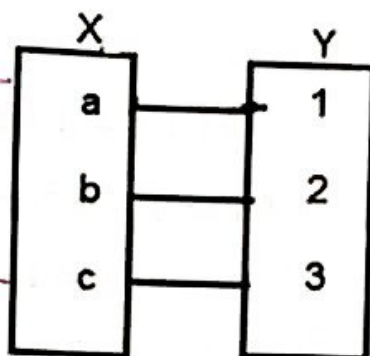
$$\frac{x-7}{(x-1)(x-3)} = \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x-3}$$

$$2) \frac{11x+7}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$$

$$\frac{7}{x} + \frac{4}{x+1}$$

$$\frac{4x-4}{x^2-6} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+2}$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x+2}$$



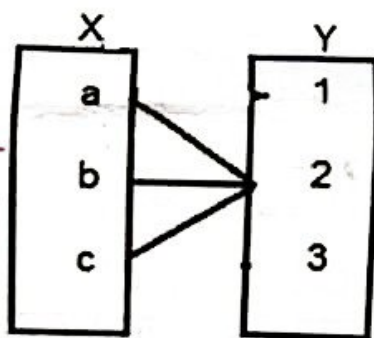
العلاقة تمثل دالة لان ابي عنصر من  $X$  اقترن بعنصر واحد فقط من  $Y$

$$\frac{11x-4}{(2x+1)(x+1)} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x-1}$$

$$\frac{1}{2x-1} + \frac{5}{x+1}$$

$$\frac{x^2-10x+2}{x(x-1)(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x-2}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x-1} + \frac{3}{x-2}$$



العلاقة تمثل دالة لان ابي عنصر من  $X$  اقترن بعنصر واحد فقط من  $Y$

$$\frac{x-7}{(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$$

$$\frac{9x^2-11}{x^2(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x-1}$$

$$\frac{7x-1}{x^3(x-2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{d}{x-2}$$

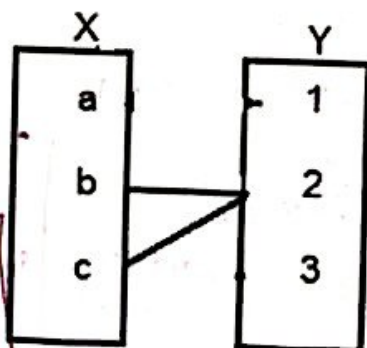
$$\frac{2x^3+7x^2-2x-2}{2x^2+x-6}$$

$$x+3 + \frac{x+16}{2x^2+x-6}$$

$$\frac{x+16}{2x^2+x-6} = \frac{A}{(2x-3)} + \frac{B}{x+2}$$

$$\frac{x+16}{(2x-3)(x+2)} = \frac{A}{(2x-3)} + \frac{B}{x+2}$$

$$x+3 + \frac{5}{2x-3} - \frac{2}{x+2}$$



العلاقة لا تمثل دالة لان العنصر  $a$  غير مقترن

(a) جمع وطرح الدوال: إذا كان  $f(x)$ ,  $g(x)$  دالتين فإن

$$(f \pm g)(x) = f(x) \pm g(x)$$

(b) ضرب وقسمة الدوال:

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

(c) دالة الدالة:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \text{ نقرأ } (f \text{ سيركل } g)$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

مثال: إذا كان  $f(x) = x^2$  أوجد: (لاحظ الدالة تعمل على تربيع أي قيمة مدخلة)

1.  $f(2) = 2^2 = 4$
2.  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
3.  $f(2x) = (2x)^2 = 4x^2$
4.  $f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2 = x^2 + 2x \Delta x + (\Delta x)^2$

مثال: إذا كان

$f(x) = x^2$  ,  $g(x) = x + 3$  أوجد: (لاحظ الدال  $f$  تربيع أي قيمة والدالة  $g$  تضيف 3 لأي قيمة)

1.  $f(4) = 4^2 = 16$
2.  $g(4) = 4 + 3$
3.  $f(4x) = (4x)^2 = 16x^2$
4.  $g(4x) = 4x + 3$
5.  $(f \circ g)(x) = f(g(x)) \Rightarrow$  نضع قيمة  $g(x)$   $\Rightarrow f(x + 3) = (x + 3)^2 = x^2 + 3x + 9$
6.  $(g \circ f)(x) \Rightarrow$  نضع قيمة  $f(x)$   $\Rightarrow g(x^2) = x^2 + 3$
7.  $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(5) = 25$

تمرين:

إذا كانت  $f(x) = x^3$  ,  $g(x) = 4x - 3$  أوجد:

1.  $(f \circ g)(x)$
2.  $(g \circ g)(2)$
3.  $(g \circ f \circ g)(x)$
4.  $f\left(f\left(g\left(g\left(f(-1)\right)\right)\right)\right)$

$f \circ g$   $g \circ f$   $f(g(x))$   $g(f(x))$

## ✓ تصنيف الدوال:

يمكن تصنيف اي دالة على انها دالة زوجية او دالة فردية او دالة لازوجية لافردية وذلك بالاتي

نوجد  $f(-x)$

$$\text{if } f(-x) = f(x) \Rightarrow \text{الدالة زوجية}$$

$$\text{if } f(-x) = -f(x) \Rightarrow \text{الدالة فردية}$$

$$\text{if } f(-x) \neq f(x) \text{ and } f(-x) \neq -f(x) \Rightarrow \text{الدالة لا زوجية لا فردية}$$

مثال: صنف الدوال الآتية

$$1. f(x) = x^2$$

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x) \Rightarrow \text{الدالة زوجية}$$

$$2. f(x) = x^5$$

$$f(-x) = (-x)^5 = -x^5 = -f(x) \Rightarrow \text{الدالة فردية}$$

$$3. f(x) = x^5 + x^2$$

$$f(-x) = (-x)^5 + (-x)^2 = -x^5 + x^2 \neq f(x)$$

$$f(-x) = -x^5 + x^2 = -(-x^5 + x^2) \neq -f(x) \Rightarrow \text{الدالة لا زوجية لا فردية}$$

$$4. f(x) = \sin x$$

$$f(-x) = \sin(-x) = -\sin x = -f(x) \Rightarrow \text{الدالة فردية}$$

$$5. f(x) = \cos x$$

$$f(-x) = \cos(-x) = \cos x = f(x) \Rightarrow \text{الدالة زوجية}$$

$$6. f(x) = \sin x \cos x$$

$$f(-x) = \sin(-x) \cos(-x) = -\sin x \cos x = -f(x) \Rightarrow \text{الدالة فردية}$$

تمرين: صنف الدوال الآتية

$$1. f(x) = x^7$$

$$2. f(x) = x^{10}$$

$$3. f(x) = x^9 + 2$$

$$4. f(x) = \tan x$$

$$5. f(x) = \operatorname{cosec} x$$